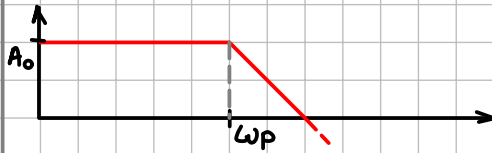
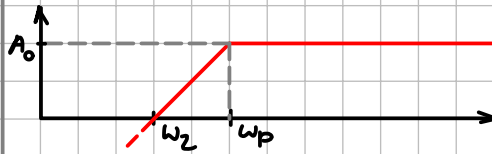
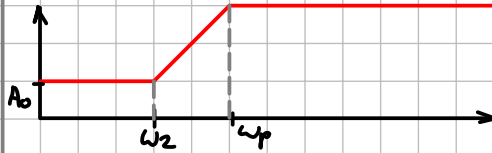
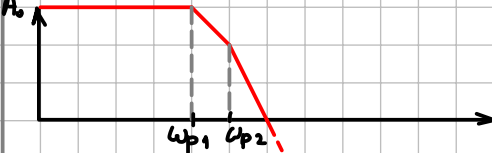
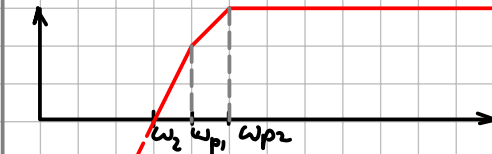


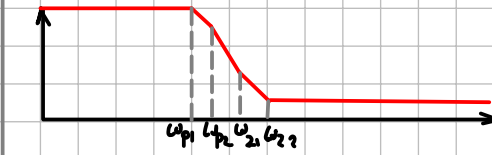
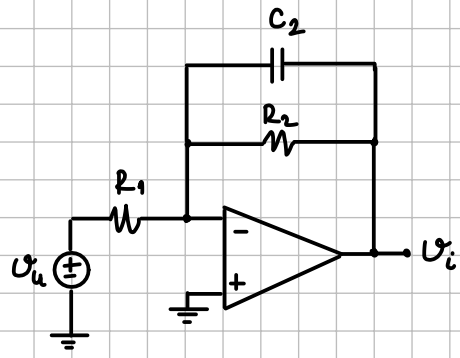


Кола са операционим појачавачима 2 - активни филтри

Ред филтра = степен полинома у имениоцу преносне функције

Филтри првог реда	ω_p – фреквенција пола	ω_z – фреквенција нуле
Пропусник ниских учестаности (Low Pass Filter)	$H(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$	
Пропусник високих учестаности (High Pass Filter)	$H(s) = A_0 \cdot \frac{\frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$	
Пропусник свих учестаности (All Pass Filter)	$H(s) = A_0 \cdot \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$	
Филтри другог реда		
Пропусник ниских учестаности (Low Pass Filter)	$H(s) = \frac{A_0}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \cdot \omega_0} + 1}$	
Пропусник високих учестаности (High Pass Filter)	$H(s) = A_0 \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \cdot \omega_0} + 1}$	
Пропусник опсега учестаности (Band Pass Filter)	$H(s) = A_0 \frac{\frac{s}{\omega_0}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \cdot \omega_0} + 1}$	
Непропусник опсега учестаности (Band Stop Filter)	$H(s) = A_0 \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \cdot \omega_0} + 1}$	
Пропусник свих учестаности (All Pass Filter)	$H(s) = A_0 \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_{z1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{z2}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$	

1. За дато коло филтра, одредити:
 - а) Преносну функцију
 - б) Тип филтра
 - в) Нуле и полове преносне функције
 - г) Графички представити амплитудску и фазну карактеристику

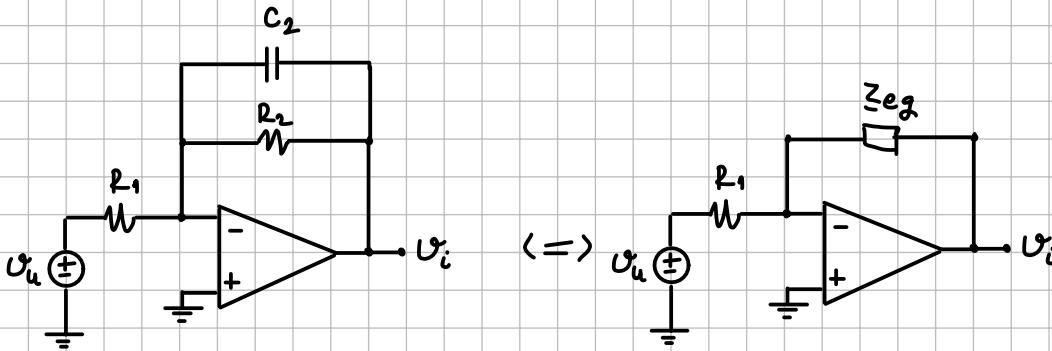


$$R_1 = 100 \Omega = 10^2 \Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega = 10^4 \Omega$$

$$C_2 = 0.5 \text{ nF}$$

$$a) H(s) = \frac{v_i}{v_u}$$



$$Z_{eq} = R_2 \parallel \frac{1}{sC_2} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2}$$

$$\frac{v_i}{v_u} = -\frac{Z_{eq}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sR_2C_2}$$

$$d) -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sR_2C_2} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \Rightarrow$$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1} \quad \omega_p = \frac{1}{R_2C_2}$$

$$A_0 = -\frac{10^4}{10^2} = -100$$

$$\omega_p = \frac{1}{10^4 \cdot 0.5 \cdot 10^{-9}} = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

пропусник ниских учестаности
првог реда

e)

$$H(s) = A_0 \cdot \frac{N(s)}{D(s)}$$

Нуле: $N(s) = 0$

У нашем случају, $N(s) = -1 \neq 0 \Rightarrow$ нема нула

$$N(s) = -1$$

Полови: $D(s) = 0$

$$D(s) = 1 + sR_2C_2$$

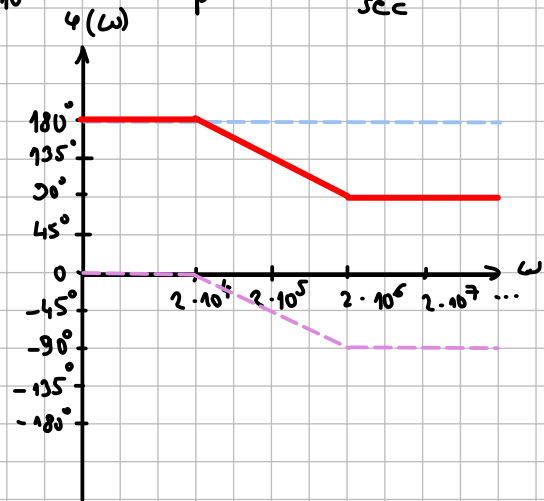
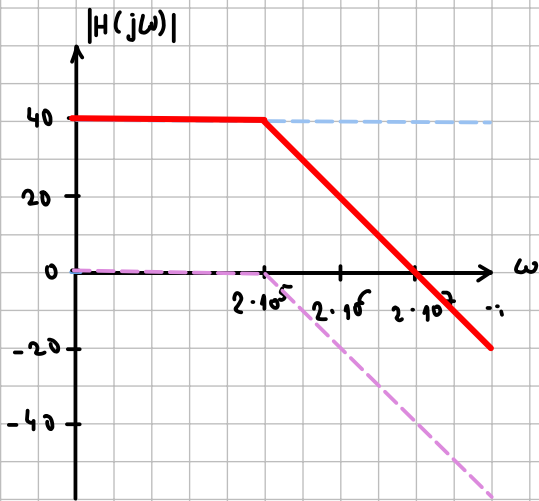
$$1 + sR_2C_2 = 0 \Rightarrow s = -\frac{1}{R_2C_2} = -\omega_p = -2 \cdot 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

l)

$$\frac{U_i}{U_u} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sR_2C_2} = -100 \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{2 \cdot 10^5}}$$

$$A_0 = -100 \Rightarrow G_0 = 20 \log |A_0| = 40 \text{ dB}$$

$$\omega_p = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

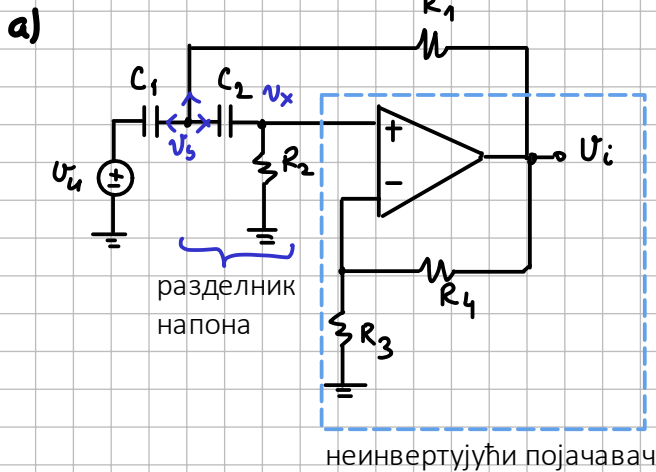
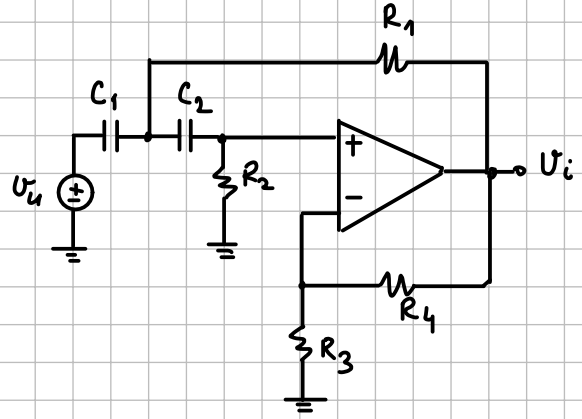


2. За дато коло филтра, одредити:

- Преносну функцију и тип филтра
- Однос отпорности R_4 и R_3 тако да појачање на високим фреквенцијама буде 1.5
- Полове преносне функције

$$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_1 = R_2 = R$$

$$C_1 = C_2 = 10 \text{ nF} \quad C_1 = C_2 = C \quad \tau = R \cdot C$$



$$\frac{v_i}{v_x} = 1 + \frac{R_4}{R_3} = K \Rightarrow v_x = \frac{v_i}{K}$$

$$\frac{v_x}{v_y} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{sR_2C_2}{1 + sR_2C_2} = \frac{s\tau}{1 + s\tau}$$

$$Y: \frac{v_y - v_u}{\frac{1}{sC_1}} + \frac{v_y - v_i}{R_1} + \frac{v_y - v_x}{\frac{1}{sC_2}} = 0$$

$$sC_1(v_y - v_u) + \frac{1}{R_1}(v_y - v_i) + sC_2(v_y - v_x) = 0 \quad / \cdot R$$

$$s\tau(v_y - v_u) + v_y - v_i + s\tau(v_y - v_x) = 0$$

$$s\tau v_y - s\tau v_u + v_y - v_i + s\tau v_y - s\tau v_x = 0$$

$$(2s\tau + 1) \cdot v_y - s\tau v_u - v_i - s\tau v_x = 0$$

$$(2s\tau + 1) \cdot \frac{1 + s\tau}{s\tau} \cdot \frac{v_i}{K} - s\tau v_u - v_i - \frac{s\tau}{K} \cdot v_i = 0$$

$$\left[\frac{(2s\tau + 1) \cdot (1 + s\tau)}{K \cdot s\tau} - 1 - \frac{s\tau}{K} \right] v_i = s\tau \cdot v_u$$

$$H(s) = \frac{v_i}{v_u} = \frac{s\tau}{\frac{(2s\tau + 1)(1 + s\tau)}{K \cdot s\tau} - 1 - \frac{s\tau}{K}}$$

$$= \frac{K s^2 \tau^2}{(2s\tau + 1)(1 + s\tau) - K s\tau - s^2 \tau^2}$$

$$= \frac{K s^2 \tau^2}{s^2 \tau^2 + (3 - K) s\tau + 1} \Rightarrow$$

$$s \rightarrow 0 \Rightarrow H(s) = 0$$

$$s \rightarrow \infty \Rightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} H(s) = \frac{K \cdot \tau^2}{\tau^2} = K > 0$$

\Rightarrow пропусник
високих
учестаности

d) $s \rightarrow \infty \Rightarrow H(s) = K$ (из претходног резултата)

$$K = 1.5$$

$$1 + \frac{R_4}{R_3} = 1.5 \Rightarrow \frac{R_4}{R_3} = 0.5, R_3 = 2k\Omega$$

$$b) D(s) = s^2\tau^2 + s(3-K)\cdot\tau + 1 = s^2\tau^2 + 1.5s\tau + 1 = 0$$

$$s_{1/2} = \frac{-1.5\tau \pm \sqrt{1.5^2 \cdot \tau^2 - 4\tau^2}}{2\tau^2} = \frac{-1.5\tau \pm \tau \cdot \sqrt{-1.75}}{2\tau^2} = \frac{-1.5 \pm j\sqrt{1.75}}{2\tau}$$

$$\tau = RC = 10 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \text{ sec} = 10^{-4} \text{ sec} = 100 \mu\text{sec}$$

$$s_{1/2} \approx (-0,0075 \pm j0,0066) \cdot 10^6 \left[\frac{1}{\text{sec}} \right]$$

3. За дато коло филтра:

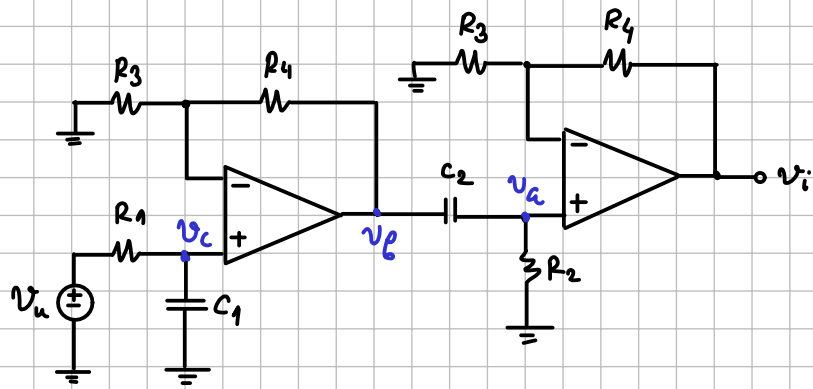
а) Одредити преносну функцију и тип филтра

б) Нацртати асимптотске апроксимације амплитудске и фазне карактеристике

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad C_1 = 10 \text{ nF}$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega \quad C_2 = 100 \text{ nF}$$

$$R_4 = 9R_3$$



$$a) \frac{v_i}{v_u} = \frac{v_i}{v_a} \cdot \frac{v_a}{v_b} \cdot \frac{v_b}{v_c} \cdot \frac{v_c}{v_u} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot \frac{R_2}{\frac{1}{sC_2} + R_2} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot \frac{\frac{1}{sC_1}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}$$

$$H(s) = \frac{v_i}{v_u} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)^2 \cdot \frac{sR_2C_2}{1 + sR_2C_2} \cdot \frac{1}{1 + sR_1C_1}$$

$$s \rightarrow 0 \Rightarrow H(s) = 0 \quad \Rightarrow \text{Пропусник опсега учестаности}$$

$$s \rightarrow \infty \Rightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} H(s) = 0 \quad \leftarrow \text{степен у имениоцу већи од степена у бројиоцу}$$

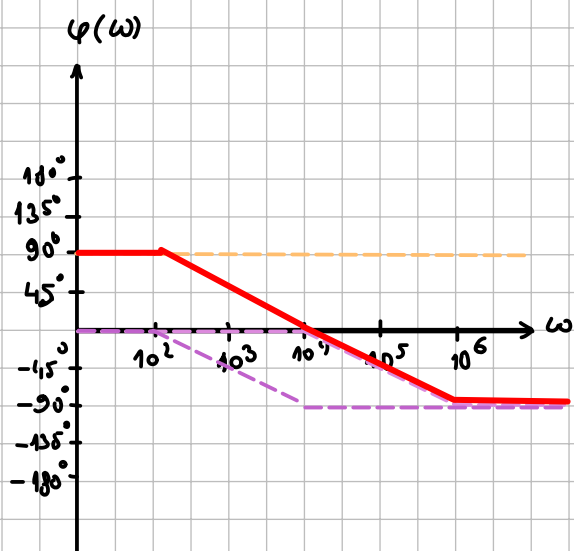
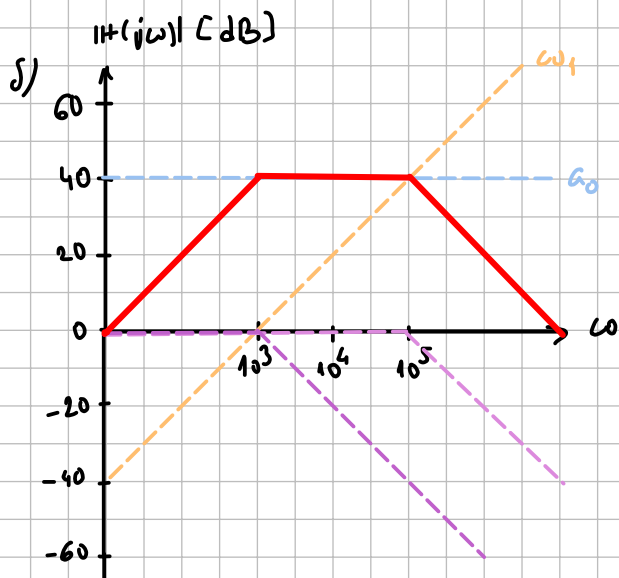
$$H(s) = A_0 \cdot \frac{\frac{s}{\omega_1}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$

$$\Rightarrow A_0 = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)^2 = 100 \Rightarrow \alpha_0 = 20 \log 10^2 = 40 \text{ dB}$$

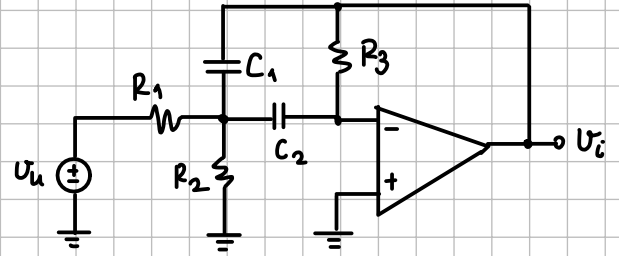
$$\omega_1 = \frac{1}{R_2C_2} = \frac{1}{10 \cdot 10^3 \cdot 10^{-7}} \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right] = 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{R_1C_1} = \frac{1}{10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right] = 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{R_2C_2} = \omega_1 = 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$



4. За дато коло филтра, одредити:
- Преносну функцију и тип филтра
 - Централну фреквенцију и Q-фактор
 - Појачање на централној фреквенцији



$$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = C_2 = 10 \text{ nF}$$

c) За вежбу- пропусник опсега учестаности

$$d) H(s) = \frac{A_0 \cdot \frac{s}{Q \cdot \omega_0}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q \cdot \omega_0} + 1} = \frac{K \cdot \frac{s}{\omega_1}}{a_2 s^2 + a_1 \cdot s + 1}$$

ω_0 - кружна централна фреквенција

Q - Q-фактор

$$a_2 = \frac{1}{\omega_0^2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a_2}}$$

$$a_1 = \frac{1}{Q \cdot \omega_0} \Rightarrow Q = \frac{1}{a_1 \omega_0} = \frac{\sqrt{a_2}}{a_1}$$

b)

$H(j\omega_0)$ - појачање на централној фреквенцији

$$H(j\omega_0) = \frac{A_0 \cdot \frac{j\omega_0}{Q \cdot \omega_0}}{\frac{-\omega_0^2}{\omega_0^2} + \frac{j\omega_0}{Q \cdot \omega_0} + 1} = \frac{A_0 \cdot \frac{j}{Q}}{-1 + \frac{j}{Q} + 1} = \frac{A_0 \cdot \frac{j}{Q}}{\frac{j}{Q}} = A_0$$

5. За дато коло филтра, одредити:

а) Преносну функцију и тип филтра

б) Асимптотску апроксимацију преносне функције

$$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = C_2 = 100 \text{ nF}$$

